



**edupixel**  
unit of success

**(แนว) ข้อสอบวิชา GEN PHY 1**  
**วิศวกรรมศาสตร์ midterm66 Ver. จำมา**

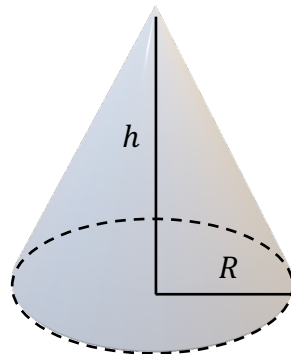
**โดยพี่ติว G.R | edupixel**

ถ้าข้อไหนผิดหรือไม่ตรง หรือมีเพิ่มเติมสามารถทักมาได้ FB: Tinnapat Sittisuwan  
สามารถดาวน์โหลดคลังข้อสอบเก่าได้ที่ [www.educationpixel.com](http://www.educationpixel.com)

ข้อสอบชุดที่สอง อดันัย ปี 66 midterm ข้อยากจากทั้งหมด (จำมา)

\*ตัวเลขจากข้อสอบ พาร์ท 2 ที่จำมาได้นั้น เป๊ะทั้งหมด !!

1. จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน  $y$  ของกรวยมวล  $M$  รัศมี  $R$  สูง  $h$  (7 คะแนน)



Soln.

$$\text{จากสูตร } I = \int r^2 dm$$

แต่การหา  $I$  กรวย ใช้  $I$  ของทรงกระบอกมาคิดจะได้ว่า  $I_{\text{กรวย}} = \int \frac{1}{2} r^2 dm$  --1

เนื่องจาก  $I_{\text{ทรงกระบอก}} = \int \frac{1}{2} r^2 dm$

หมุนรอบแกน  $y$  ทำให้ระยะ  $r = r$  และอินทิเกรตความสูงตั้งแต่ฐานถึงจุดยอดจะได้สูตรว่า

$$I = \int_0^h r^2 dm$$

จะได้ว่า  $dm = \rho dV$

สมมติให้ความสูงของทรงกระบอก (ย่อย) เป็น  $dy$

ความยาวเส้นรอบวงของทรงกระบอก เป็น  $\pi r^2$

จะได้  $dm = \rho \pi r^2 dy$

จากสามเหลี่ยมคล้ายพบว่า  $\frac{y}{h} = \frac{r}{R} \rightarrow r = \frac{yR}{h}$

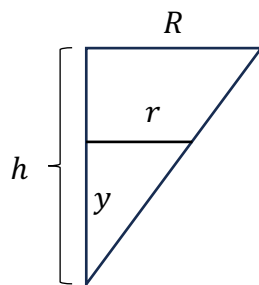
แทนค่าลงในสมการที่ 1 --1 จะได้

$$I = \int \frac{1}{2} r^2 \rho \pi r^2 dy$$

$$I = \frac{1}{2} \rho \pi \int r^4 dy \text{ เมื่อ } r = \frac{yR}{h} \rightarrow I = \frac{1}{2} \rho \pi \int_0^h \left( \frac{y^4 R^4}{h^4} \right) dy$$

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{R^4}{h^4} \times \rho \pi \int_0^h y^4 dy \rightarrow I = \frac{1}{2} \times \frac{R^4}{h^4} \times \pi \times \frac{1}{5} \pi R^2 h \times \left[ \frac{y^5}{5} \right]_0^h$$

$$I = \frac{3}{10} MR^2 \#$$

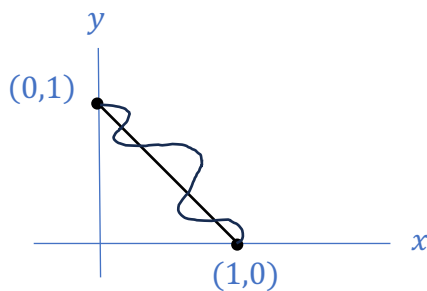


edupixel  
unit of success

2. หากสนามแรงมีฟังก์ชันเป็น  $axy\hat{i} + bxy\hat{j}$  และมีสองเส้นทาง เส้นทางแรกการเปลี่ยนตำแหน่ง  $(0,1)$   $(1,0)$  และเส้นทางที่สองเป็นเส้นทางใด ๆ ที่มีงานเท่ากับ  $\frac{1}{6}(a - b)$  แล้ว จงหาคำตอบต่อไปนี้ (7 คะแนน)

2.1 จงหางานที่เกิดจากการเปลี่ยนตำแหน่งจาก  $(1,0)$  ไป  $(0,1)$  แบบเส้นตรง

2.2 หากเส้นทางที่สองมีงานเท่ากับ  $\frac{1}{6}(a - b)$  แล้ว จงหาว่างานอนุรักษ์หรือไม่



2.1 ใช้  $W = \int F \cdot dr$  จะได้  $W = \int axy\hat{i} + bxy\hat{j} \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j})$

จะได้งานเท่ากับ  $W = \int axy dx + \int bxy dy$

พิจารณาค่า  $x$  : พบว่า จาก  $x=1 \rightarrow x=0$  จะได้  $\int_1^0 axy dx$

พิจารณาค่า  $y$  : พบว่า จาก  $y=0 \rightarrow y=1$  จะได้  $\int_0^1 bxy dy$

งานรวมเท่ากับ  $\int_1^0 axy dx + \int_0^1 bxy dy \rightarrow a \int_1^0 xy dx + b \int_0^1 xy dy$

หาความสัมพันธ์  $x, y$  และสร้างสมการเส้นตรง เนื่องจาก ผ่าน  $(1,0)$ ,  $(0,1)$  ความชันเท่ากับ  $\frac{1-0}{0-1} = -1$

สร้างสมการเส้นตรงจาก  $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -1(x - 1)$

สมการเป็น  $y + x = 1$  หรือ  $x = 1 - y$  และ  $y = 1 - x$

แทนค่าลงไปในสมการงานรวม จะได้  $a \int_1^0 x(1-x) dx + b \int_0^1 (1-y)y dy$

$$a \int_1^0 -x^2 + x dx + b \int_0^1 -y^2 + y dy \rightarrow a \left[ \frac{-(x^3)}{3} \right]_1^0 + a \left[ \frac{x^2}{2} \right]_1^0 + b \left[ \frac{-(y^3)}{3} \right]_0^1 + b \left[ \frac{y^2}{2} \right]_0^1$$

จะได้  $-\frac{1}{6}a + \frac{1}{6}b = \frac{1}{6}(b - a)$ #

Hint 2.2 แบบที่ 1 : เทียบงานที่ได้ในข้อที่หนึ่งว่าเท่ากับ  $\frac{1}{6}(a - b)$  หรือไม่

จากสรุปในข้อ 2.1 พบว่างานที่ได้  $\frac{1}{2}(b - a) \neq \frac{1}{6}(a - b)$

∴ งานไม่อนุรักษ์

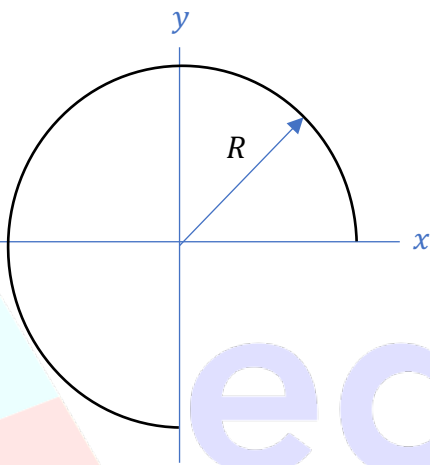
แบบที่ 2 : ใช้  $\frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$  เปรียบเทียบ หากเท่ากันถือว่างานอนุรักษ์

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial bxy}{\partial x} = \frac{\partial axy}{\partial y}$$

หาค่าของ  $\frac{\partial bxy}{\partial x}$  จะได้  $by$  และ หาค่าของ  $\frac{\partial axy}{\partial y}$  จะได้  $ax$  ซึ่ง  $by \neq ax$

∴ งานไม่อนุรักษ์

3. จงหาจุดศูนย์กลางมวล (C.M.) ของลวดมวล  $M$  รัศมี  $R$  ดังรูป (8 คะแนน)



Soln : สามารถทำได้โดยการหาจุดศูนย์กลางมวลทั้งหมดเต็มวง - เศษเสี้ยว  $\frac{1}{4}$  ของวงกลมด้านล่าง

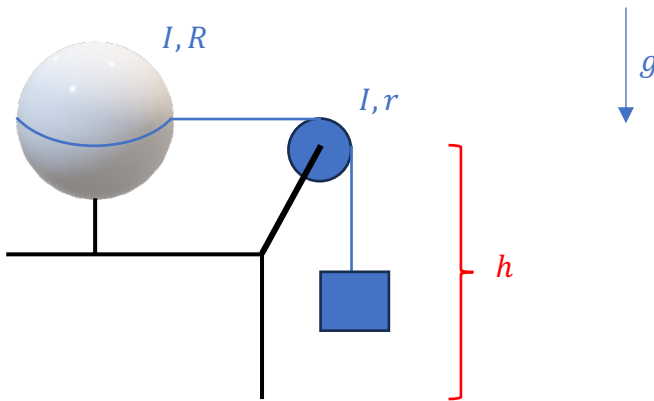
ปล. สูตร  $x_{cm} = \frac{\sum m_i r_{xi}}{M_{รวม}}$ ,  $y_{cm} = \frac{\sum m_i r_{yi}}{M_{รวม}}$

สูตรการหา  $x_{cm} = \int x dm$ ,  $y_{cm} = \int y dm$

โดยวัตถุคือเส้นลวด (1 เมตร) ต้องใช้  $\lambda = \frac{dm}{dl} \rightarrow dm = \lambda dl$

ตอบ  $\left(-\frac{2R}{\pi}, \frac{2R}{\pi}\right)$

4. เชือกพาดไว้กับรอกซึ่งมีมวล  $M$  และมีรัศมี  $r$  ปลายข้างหนึ่งมีมวล  $m$ แขวนเอาไว้อยู่ ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งเชือกคล้องกับวัตถุทรงกลมกลวง มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ  $I$  และมีรัศมี  $R$  จงหาว่าหากระบบเคลื่อนที่แล้วทำให้มวล  $m$  ตกลงมาเป็นระยะทาง  $h$  แล้วจงหาความเร็วของ  $m$  (6 คะแนน) (จำข้อมูลที่โจทย์ให้มาไม่ได้แน่ชัด)

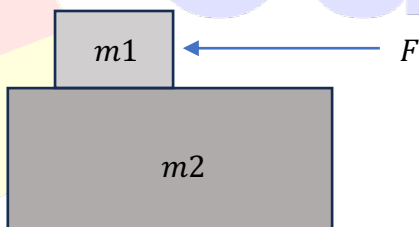


ข้อสอบชุดที่หนึ่ง อัตนัย ปี 66 midterm (จำมา) เหมือนการบ้าน 66 !

\*ตัวเลขจากข้อสอบ พาร์ท 1 ที่จำมาได้นั้น ไม่เป๊ะ แต่เอาตัวเลขมาจากการบ้าน !!

1. วงล้ออันหนึ่งรัศมี 18 เซนติเมตร ถูกทำให้หมุนอยู่กับที่จากหยุดนิ่งจนมีอัตราเร็วเชิงมุม 7 รอบ/วินาที ภายในเวลา 20 วินาที ถ้าล้อถูกปล่อยให้เร็วขึ้นด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่
  - ก. จงหาขนาดของความเร่งเชิงมุม (2 คะแนน)
  - ข. ณ วินาที ที่ 20 อนุภาคที่ติดขอบล้อจะมีอัตราส่วนของความเร็วในแนวสัมผัสศูนย์กลาง ต่อความเร็วในแนวเส้นรอบวงล้อ เท่าใด (3 คะแนน)
  
2. ลูกเทนนิสมวล 200 กรัม ถูกปล่อยตกจากความสูง 2.50 เมตร ลูกเทนนิสกระทบพื้นเป็นเวลา 0.010 วินาที แล้วสะท้อนกลับขึ้นไปด้วยอัตราเร็ว 6.5 เมตรต่อวินาที
  - ก. จงหาขนาดของโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปของลูกเทนนิส
  - ข. จงหาแรงเฉลี่ยที่พื้นกระทำกับลูกเทนนิส
  
3. รถยนต์มวล 1,000 กิโลกรัม เร่งเครื่องจากหยุดนิ่งด้วยความเร่งคงที่ จนมีอัตราเร็ว 25.0 เมตร ต่อวินาที ขึ้นไปบนพื้นเอียงทำมุม 30 องศา กับแนวราบ ใช้เวลา 10.0 วินาที จงหา กำลังเฉลี่ยของรถยนต์คันนี้ (4 คะแนน)

4. กำหนดให้เมื่อเวลา  $t=0$  วินาที ตำแหน่ง  $x=0$  เมตร จงเขียนกราฟระหว่างตำแหน่ง  $x$  และเวลา  $t$  ของการเคลื่อนที่ต่อไปนี้
- ก. ระหว่าง  $t=0$  วินาที และ  $t=2$  วินาที อนุภาคเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่  $v=1$  เมตร ต่อวินาที
- ข. ระหว่างเวลา  $t=2$  วินาที และ  $t=3$  วินาที อนุภาคหยุดนิ่ง
- ค. ระหว่างเวลา  $t=3$  และ  $t=4$  วินาที อนุภาคเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่  $v=-2$  เมตร ต่อ วินาที และ จงหาความเร่งเฉลี่ยของอนุภาคในช่วงเวลา  $0 < t < 4$  วินาที ในหน่วยเมตร/วินาที<sup>2</sup>
5. วัตถุมวล  $m$  ถูกแรง  $\vec{F}_1 = (-4.00\hat{i} + 4.00\hat{j})$ ,  $\vec{F}_2 = (6.00\hat{i} - 3.00\hat{j})$ ,  $\vec{F}_3 = (6.00\hat{i} + 5.00\hat{j})$  นิวตัน กระทำ ส่งผลให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยความเร่ง  $\vec{a}$  ที่มีขนาดเท่ากับ  $1.11$  เมตร/วินาที<sup>2</sup>
- ก. จงหามุมระหว่างความเร่งกับแนวแกน  $+x$  (3 คะแนน)
- ข. จงหาค่าของ  $m$  (2 คะแนน)
6. จากรูปที่กำหนดให้มวล  $m_1$  มีขนาด  $1.0$  กิโลกรัม มวล  $m_2$  มีขนาด  $4.0$  กิโลกรัม และแรง  $F$  ขนาด  $10$  นิวตันคือแรงมากที่สุดที่มากกระทำแล้วทำให้มวลทั้งสองติดกันไป หากไม่คิดแรงเสียดทานระหว่างพื้นและมวล  $m_2$  จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างมวลทั้งสอง



### ข้อสอบชุดที่หนึ่ง ทัศนัย ปี 66 midterm (จำมา ไม่เหมือนการบ้าน)

7. (จำใจทย์เป๊ะ ๆ ไม่ได้) เครื่องบินลำหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $v$  ปลอยมวลลงมาจากระดับความสูงค่าหนึ่งให้ผู้ประสภภัยที่อยู่ห่างจากจุดที่เครื่องบินปลอย  $50$  เมตร และกำหนดให้หลังจากมวลตกถึงน้ำแล้ว กระแสน้ำจะพัดมวลไหลไปหาผู้ประสภภัยในอัตราเร็ว  $k$  เมตร/วินาที จงหาระยะเวลาที่ผู้ประสภภัยจะต้องรอ (เริ่มจับเวลาตั้งแต่ปลอยมวล)
- Key : ใช้ projectile + 5 สมการ suvat เพราะ  $a$  คงที่
8. นาย A ขับรถไปทางทิศเหนือ  $100$  กิโลเมตร หลังจากนั้นไปทางทิศตะวันออก  $150$  กิโลเมตร แล้วขับไปทางทิศใต้  $80$  กิโลเมตร จงเขียนเวกเตอร์รวม ตั้งแต่จุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้าย