edupixel
unit of success

สรุปคณิต 2
A-LEVEL

TCAS 67

ดาวน์โหลดฟรี !

เอกสารโดย
EDUPIXEL / GTRMATH

จัดทำและดำเนินการ
EDUPIXEL edupixel unit of success

เอกสารฉบับนี้ห้ามนำไปหาผล
ประโยชน์ในเชิงพาณิชย์โดดเด็ดขาด
จัดทำขึ้นเพื่อเป็นประโยชน์แก่น้อง ๆ
ที่มาเตรียมสอบเท่านั้น !

WWW.EDUCATIONPIXEL.COM

เนื้อหาในเอกสารชุดนี้

1. เซต
2. ตรรกศาสตร์
3. หลักการนับเบื้องต้น
4. ความน่าจะเป็น
5. เลขยกกำลัง
6. ฟังก์ชัน
7. ลำดับอนุกรม
8. สถิติเบื้องต้น
9. ความรู้พื้นฐานอื่นๆที่ต้องรู้

สามารถดาวน์โหลดไฟล์ อ่านฟรี www.educationpixel.com
*เอกสารภายใต้โครงการ edupixel openproblems

EDUPIXEL OPENPROBLEMS

1. เซต

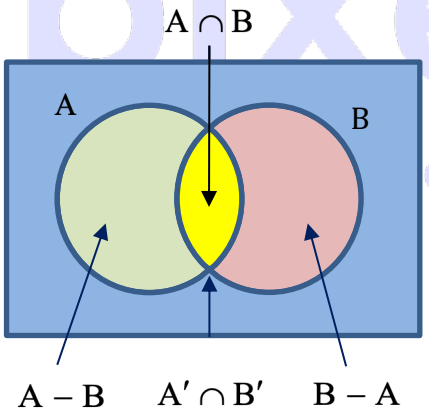
1. x เป็น**สมาชิก**ของเซต A เขียนแทนด้วย $x \in A$
   จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ n(A)

2. **เซตจำกัด** หมายถึง เซตซึ่งมีสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์
   เซตอนันต์ หมายถึง เซตซึ่งไม่ใช่เซตจำกัด
   เซตว่าง หมายถึง เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์ โดยแทนเซตว่าง คือ $\varnothing$ (phi) หรือ { }

3. **เซตที่เท่ากัน :** A = B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน และสมาชิกทุกตัวเหมือนกัน

4. **สับเซต :** $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B
   สมบัติของสับเซต
   1. $A \subset A$ และ $\varnothing \subset A$
   2. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
   3. ถ้า A เป็นเซตจำกัด แล้ว $n(P(A)) = 2^{n(A)}$

5. **การดำเนินการทางเซต**
   $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$
   $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$
   $A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$
   $A - B = \{x \in U \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$



6. **จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด** ใช้สูตรมีดังนี้
   $n(A') = n(U) - n(A)$
   $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(B)$
   $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
   $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

2. ตรรกศาสตร์

1. ประพจน์ คือ ประโยคหรือข้อความที่เป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น
ซึ่งประโยคหรือข้อความดังกล่าวจะอยู่ในรูปบอกเล่าหรือปฏิเสธก็ได้

2. ตัวเชื่อมประพจน์

ตัวเชื่อมประโยคหรือข้อความในวิชาคณิตศาสตร์ได้แก่ คำว่า

“ไม่”	เช่น ไม่ใช่ p	เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์	$\sim p$
“และ”	เช่น p และ q	เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์	$p \wedge q$
“หรือ”	เช่น p หรือ q	เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์	$p \vee q$
“ถ้า ... แล้ว ...”	เช่น ถ้า p แล้ว q	เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์	$p \rightarrow q$
“ก็ต่อเมื่อ”	เช่น p ก็ต่อเมื่อ q	เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์	$p \leftrightarrow q$

3. ค่าความจริงของตัวเชื่อมประพจน์

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

หมายเหตุ
- $p \wedge q \equiv F$ เมื่อมีหนึ่งตัว F
- $p \vee q \equiv T$ เมื่อมีหนึ่งตัวT
- $p \rightarrow q \equiv F$ เมื่อ $p \equiv T$ และ $q \equiv F$
- $p \leftrightarrow q \equiv T$ เมื่อ $p \equiv q$

4. สมบัติเพิ่มเติม

$p \vee T \equiv T$
$p \wedge F \equiv F$
$F \rightarrow P = T$
$P \rightarrow T \equiv T$

3. หลักการนับเบื้องต้น

1. หลักการบวก ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น k กรณี โดยที่

กรณีที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

กรณีที่ 2 สามารถทำได้ n_2 วิธี

$\vdots$

กรณีที่ 3 สามารถทำได้ n_k วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้งสองกรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์แล้ว จะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ วิธี

2. หลักการคูณ ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น k ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยที่ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3 ต่อไปได้ n_3 วิธี

$\vdots$

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ $k-1$ สามารถทำขั้นตอนที่ k ต่อไปได้ n_k วิธี

แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$ วิธี

3. การหาค่าแฟคทอเรียล (Factorial)

กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$ และ $0! = 1$

4. การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

เป็นการนำสิ่งของที่มีอยู่ทั้งหมดหรือบางส่วนมาจัดเรียงลำดับ โดยคำนึงถึงลำดับหรือตำแหน่งเป็นสำคัญ สูตรที่ควรรู้ได้แก่

- ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น เท่ากับ $n!$ วิธี
- ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น r สิ่ง $(r \le n)$ เท่ากับ $^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

5. การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด (การหยิบออกพร้อมกัน)

- จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แกต่างกัน n ชิ้น โดยเลือกคราวละ r ชิ้น คือ $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี

4. ความน่าจะเป็น

1. **การทดลองสุ่ม** คือการทดลองที่ทราบว่าผลลัพธ์ อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกอย่างแน่นอนว่าในแต่ละครั้งที่ทดลอง ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นได้เหล่านั้น

2. **ปริภูมิตัวอย่าง** หรือ **แซมเปิลสเปซ** คือเซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม โดยใช้ $n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง เมื่อ S เป็นเซตจำกัด

3. **เหตุการณ์** คือ สับเซตของปริภูมิตัวอย่าง
โดยใช้ $n(E)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ เมื่อ E เป็นเซตจำกัด

4. **ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์**
ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่าของการทดลองสุ่มซึ่งเป็นเซตจำกัด
โดยสมาชิกทุกตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน และให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S
ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ โดยที่

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ $n(E)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E
และ $n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง S

edupixel
unit of success

คุณสมบัติบางประการเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

1. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ แล้ว $0 \le P(E) \le 1$
2 ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในปริภูมิตัวอย่าง S จะได้

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

$P(A) = 1 - P(A')$

5. เลขยกกำลัง

1. เลขยกกำลัง ให้ a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

"a ยกกำลัง n" หรือ " a กำลัง n " เขียนแทนด้วย a^n มีความหมายดังนี้

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n}$$

2. สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ จะได้ว่า

1. $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$
2. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ $a \neq 0$
3. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
4. $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$
5. $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
7. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

edupixel
unit of success

3. รากที่ n ของจำนวนจริง

นิยาม ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

จะเรียก x ว่าเป็นรากที่ n ของจำนวนจริง a ก็ต่อเมื่อ $x^n = a$

หมายเหตุ

1. ใช้สัญลักษณ์ $\sqrt[n]{a}$ แทน ค่าหลักของรากที่ n ของ a นั่นคือ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
2. $\sqrt{a}$ แทนค่าหลักของรากที่ 2 ของ a
3. ถ้า $a = 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} = 0$

   ถ้า $a > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > 0$

   ถ้า $a < 0$ และ n เป็นจำนวนคี่ $\sqrt[n]{a} < 0$

   ถ้า $a < 0$ และ n เป็นจำนวนคู่ $\sqrt[n]{a}$ ไม่เป็นจำนวนจริง

4. สมบัติของรากที่ n

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 โดย a, b เป็นจำนวนจริงที่หารากที่ n ได้

1. $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ $a \geq 0$
2. $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ $a < 0$
3. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ และ $a < 0$
4. $\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$
5. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ เมื่อ $b \neq 0$
6. ถ้า a มีรากที่ n แล้ว $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
7. ถ้า $a^{\frac{1}{q}}$ เป็นจำนวนจริง แล้ว $a^r = a^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$ เมื่อ ห.ร.ม. ของ p และ q เป็น 1

5. สิ่งที่ต้องระวัง

- $\sqrt{a^2} = |a|$ เช่น $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$ หรือ $\sqrt{7^2} = |7| = 7$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$ เช่น $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ หรือ $\sqrt[3]{7^3} = 7$

6. สูตรหาเงินรวมเมื่อคิดดอกเบี้ยทบต้น ปีละ k ครั้ง

ถ้าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น P บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ย $i\%$ ต่อปี
โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น(ปีละ k ครั้ง) แล้วเมื่อสิ้นปีที่ n จะได้เงินรวม

$$P\left(1+\frac{r}{k}\right)^{nk} \text{ บาท เมื่อ } r = \frac{i}{100}$$

edupixel unit of success

6. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

1. ฟังก์ชัน คือ เซตของคู่อันดับ ซึ่งคู่อันดับสองคาอันดับใดๆ ถ้าสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องเหมือนกัน

เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมด เรียกว่า **โดเมน** ของฟังก์ชัน

เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมด เรียกว่า **เรนจ์** ของฟังก์ชัน

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน โดเมนของ f เขียนแทนด้วย D_f และเรนจ์ของ f เขียนแทนด้วย R_f

2. สัญลักษณ์ในการเขียนแทนฟังก์ชัน

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน สำหรับ $(x, y) \in f$ เราจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $y = f(x)$

3. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน และ $(x, y) \in f$ จากนิยามของฟังก์ชันที่กล่าวไปแล้ว

วิธีหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน อาจจะแยกพิจารณาดังนี้

1. ถ้าฟังก์ชันสามารถเขียนแจกแจงเป็นเซตของคู่อันดับ จะได้

โดเมนของ f คือเซตตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดที่อยู่ฟังก์ชัน f

เรนจ์ของ f คือเซตตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดที่อยู่ฟังก์ชัน f

2. ถ้าสามารถวาดกราฟของฟังก์ชันได้ให้พิจารณาดังนี้

โดเมนของ f คือเซตของจำนวนจริงบนแกน X ที่มีกราฟของ f

เรนจ์ของ f คือเซตของจำนวนจริงบนแกน Y ที่มีกราฟของ f

3. ถ้าฟังก์ชันไม่สามารถเขียนแจกแจงเป็นเซตของคู่อันดับได้ทั้งหมด

ขั้นที่ 1 จัดรูปดังนี้ หาโดเมน ให้จัด y ในรูปของ x แต่หาเรนจ์ ให้จัด x ในรูปของ y

ขั้นที่ 2 สร้างเงื่อนไข หาโดเมนเรนจ์ (หรือเรนจ์) โดยอาศัยความรู้ในระบบจำนวนจริง

เช่น $\frac{a}{b}$ หาค่าได้เมื่อ $b \neq 0$ (ส่วนไม่เท่ากับศูนย์)

$\sqrt{a}$ หาค่าได้เมื่อ $a \geq 0$ (ค่าในกรณฑ์ที่สองต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์)

$|a| \geq 0$ (ค่าสัมบูรณ์มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์)

$\sqrt{a} \geq 0$ (กรณฑ์ที่สองต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์)

edupixel unit of success

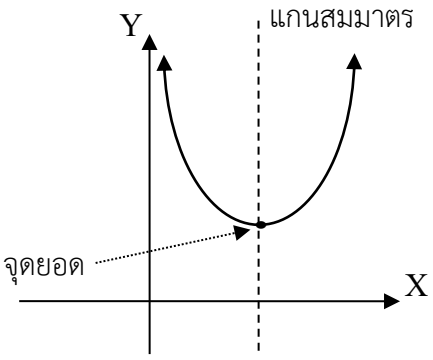
4. เทคนิคการหาค่าฟังก์ชัน

- ถ้าให้ $f(x)$ มา จะหา $f(W)$ แทน x ด้วย W
- ถ้าให้ $f(W)$ มา จะหา $f(x)$ ให้สมมติ $W = A$ แล้วจัด x ในรูปของ A แล้วจัดรูปให้อยู่ในรูป A แล้วเปลี่ยนตัวแปร A เป็น x ก็จะได้ $f(x)$

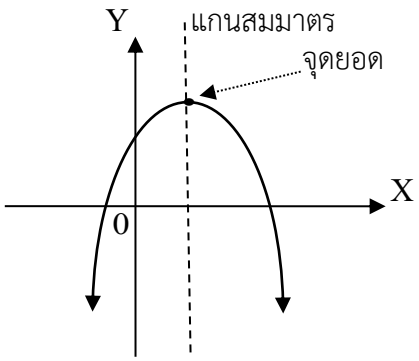
5. ฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax + b$
เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง โดยกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็น**เส้นตรง**

6. ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คือฟังก์ชันในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$
เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$
ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองจะเป็นเส้นโค้งที่เรียกว่า **พาราโบลา (parabola)** **ดังนี้**

1. เมื่อ $a > 0$ จะทำให้เส้นโค้งเป็นเส้นโค้งพาราโบลาหงาย ดังรูปที่ 1
   เมื่อ $a < 0$ จะทำให้เส้นโค้งเป็นเส้นโค้งพาราโบลาคว่ำ ดังรูปที่ 2
2. จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของพาราโบลา จะเรียกว่า **จุดยอด (vertex)**
3. จากฟังก์ชันกำลังสอง $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อใช้การจัดให้อยู่รูปกำลังสองสมบูรณ์เป็น $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ซึ่งจะได้ว่าจุดยอดของพาราโบลาคือจุด (h, k)
   โดยที่ $(h, k) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$



$f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a > 0$



$f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a < 0$

7. ฟังก์ชันขั้นบันได(step function) คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตจำนวนจริง และโดเมนถูกแบ่งออกเป็นช่วงย่อยมากกว่าหนึ่งช่วง โดยค่าของฟังก์ชันในแต่ละช่วงย่อยเป็นค่าคงตัว กราฟจะมีลักษณะคล้ายขั้นบันได

เช่น $f(x) = \begin{cases} 1 & , 0 \le x < 2 \\ 2 & , 2 \le x < 4 \\ 3 & , 4 \le x < 6 \end{cases}$

8. **ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล(exponential function)** คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$f(x) = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ลักษณะของเส้นโค้งของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จะขึ้นกับค่า a ดังนี้

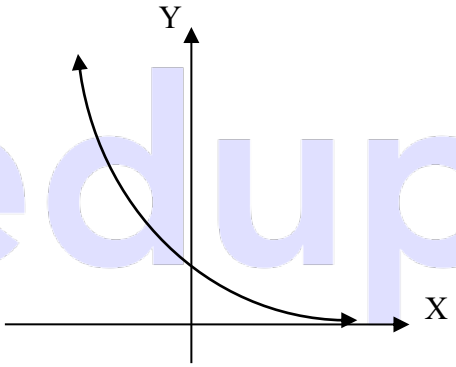
❖ **เมื่อ 0 < a < 1**

เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่าของ f(x) จะลดลง โดยที่

เมื่อค่า x เป็นจำนวนจริงบวกและเพิ่มขึ้นค่าของ f(x)จะค่อยๆลดลงจนเข้าใกล้ศูนย์แต่ไม่เท่ากับศูนย์

เมื่อค่า x เป็นจำนวนจริงลบและลดลง ค่าของ f(x) จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและไม่มีที่สิ้นสุด

ดังรูป



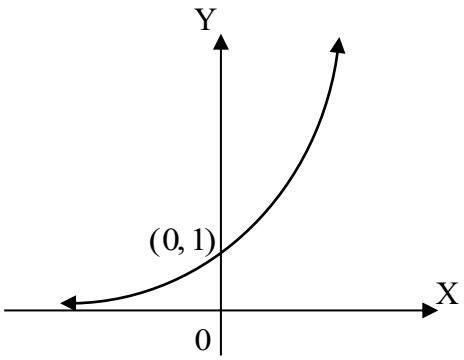
❖ **เมื่อ a > 1**

เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่าของ f(x) จะเพิ่มขึ้นด้วย โดยที่

เมื่อค่า x เป็นจำนวนจริงบวกและเพิ่มขึ้นค่าของ f(x)จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและไม่มีที่สิ้นสุด

เมื่อค่า x เป็นจำนวนจริงลบและลดลง ค่าของ f(x) จะค่อยๆลดลงจนเข้าใกล้ศูนย์แต่ไม่เท่ากับศูนย์

ดังรูป



edupixel
unit of success

7. ลำดับและอนุกรม

1. ลำดับและอนุกรมเลขเลขคณิตจำกัด เป็นลำดับที่มีสมบัติ $a_{n+1}-a_n=d$ (ผลต่างคงที่)

- พจน์ทั่วไป $a_n=a_k+(n-k)d$
- ผลบวก n พจน์แรก $S_n=\frac{n}{2}\left(2a_1+(n-1)d\right)=\frac{n}{2}\left(a_1+a_n\right)$

2. ลำดับและอนุกรมเลขเรขาคณิตจำกัด เป็นลำดับที่มีสมบัติ $\frac{a_{n+1}}{a_n}=r$ (อัตราส่วนคงที่)

- พจน์ทั่วไป $a_n=a_kr^{n-k}$
- ผลบวก n พจน์แรก $S_n=\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}=\frac{a_1-a_nr}{1-r}$

3. สมบัติการบวก

(1) $\sum_{i=1}^{n} k=nk$

(2) $\sum_{i=1}^{n} k(a_i\pm b_i)=k\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\pm\sum_{i=1}^{n} b_i\right)$

(3) $\sum_{i=1}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}$

(4) $\sum_{i=1}^{n} i^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(5) $a_n=S_n-S_{n-1}$

4. ดอกเบี้ยทบต้น

การคิดดอกเบี้ยของปีนั้นและนำดอกเบี้ยที่ได้มารวมเป็นเงินต้นของปีถัด ทำให้เงินต้นมีจำนวนมากขึ้นเรื่อยๆ

กำหนดอัตราดอกเบี้ย i% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละ k ครั้ง

$$\text{เงินรวม}=\text{เงินต้น}\times\left(1+\frac{i\%}{k}\right)^{\text{จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ย}}$$

หมายเหตุ คิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน k = 12
คิดดอกเบี้ยทบต้นทุกไตรมาสเดือน k = 4
คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน k = 2

edupixel
unit of success

5. มูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคต

จากสูตรในข้อ 4. จะได้

กำหนดอัตราดอกเบี้ย i% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละ k ครั้ง

$$\text{มูลค่าอนาคต} = \text{มูลค่าปัจจุบัน} \times \left(1+\frac{i\%}{k}\right)^{\text{จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ย}}$$

$$\text{มูลค่าปัจจุบัน} = \text{มูลค่าอนาคต} \times \left(1+\frac{i\%}{k}\right)^{-(\text{จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ย})}$$

6. ค่างวด

การหาเงินรวมของค่างวด

ถ้าการรับหรือจ่ายแต่ละงวด โดยที่แต่ละงวดเป็นเงิน R บาท รวมทั้งหมด n งวด

และอัตราดอกเบี้ยต่องวดเป็น i% เมื่อ $r=\frac{i}{100}$

- ถ้ารับหรือจ่ายค่างวดตอนต้นงวด จะได้เงินรวมเมื่อสิ้นงวดที่ n คือ $S=\frac{R(1+r)\left((1+r)^n-1\right)}{(1+r)-1}$
- ถ้ารับหรือจ่ายค่างวดตอนสิ้นงวด จะได้เงินรวมเมื่อสิ้นงวดที่ n คือ $S=\frac{R\left((1+r)^n-1\right)}{(1+r)-1}$

การหาค่างวด

สมมติให้ P มูลค่าปัจจุบันของการรับหรือการจ่ายแบบรายงวดทุกสิ้นงวด

แบ่งรับหรือจ่ายแบบรายงวดงวดละ R บาท รวมทั้งหมด n งวด

และอัตราดอกเบี้ยต่องวดเป็น i% เมื่อ $r=\frac{i}{100}$

จะได้ค่ารายงวดคำนวณจาก $R=\frac{P\left(1-(1+r)^{-1}\right)}{(1+r)^{-1}\left(1-(1+r)^{-n}\right)}=\frac{Pr}{1-(1+r)^{-n}}$

edupixel unit of success

8. สถิติเบื้องต้น

1. ความหมายของคำทางสถิติ

สถิติ หมายถึง ตัวเลขที่แสดงข้อเท็จจริงของข้อมูล

สถิติ หมายถึง ศาสตร์และศิลป์ของการเรียนรู้จากข้อมูล ประกอบด้วยกระบวนการที่สำคัญได้แก่ การเก็บรวมรวมข้อมูล การจัดการข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การแปลความหมายผลลัพธ์ และ การนำเสนอข้อมูล

ประเภทของสถิติ แยกได้ 2 ประเภทดังนี้

สถิติเชิงพรรณนา หมายถึง วิธีการคิดวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้ เพื่ออธิบายลักษณะกว้างๆข้อมูลนั้น

สถิติเชิงอนุมาน หมายถึง วิธีการคิดวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้จากตัวอย่างจำนวนหนึ่งของข้อมูล เพื่อนำผลที่ได้ไปเป็นตัวแทนหรืออ้างอิงไปถึงข้อมูลทั้งหมดหรือทำนายผลที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

ความหมายของคำต่างๆ ที่ใช้ในวิชาสถิติ

ประชากร หมายถึง เซตของสิ่งที่ต่างๆ ทั้งหมด ที่เราต้องการศึกษา

ตัวอย่าง หมายถึง ส่วนหนึ่งหรือสับเซตของประชากรและเป็นส่วนที่เรานำมาหาข้อมูล

ตัวแปร หมายถึง ลักษณะหรือสิ่งที่ต้องการศึกษาในประชากร ค่าของตัวแปรที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้ทั้งหมด เรียกว่า **“ค่าที่เป็นไปได้”** ส่วนค่าที่เกิดขึ้นจริงของตัวแปรเรียกว่า **“ค่าจากการสังเกต”**

2. ข้อมูล

ข้อเท็จจริงหรือสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นข้อเท็จจริงของเรื่องที่สนใจศึกษา อาจอยู่ในรูปตัวเลขหรือข้อความก็ได้

<u>ประเภทของข้อมูล</u>

(1) จำแนกตามลักษณะของข้อมูล

ข้อมูลเชิงปริมาณ หมายถึงข้อมูลที่แสดงขนาดหรือปริมาณที่วัดออกมาเป็นจำนวน ที่สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง

ข้อมูลเชิงคุณภาพ หมายถึง ข้อมูลที่ไม่สามารถวัดออกมาเป็นจำนวนได้โดยตรง แต่สามารถอธิบายลักษณะรูปร่าง ขนาด หรือคุณสมบัติของสิ่งที่วัดออกมา เช่น เพศ อาชีพ ศาสนา ความชอบ เป็นต้น

(2) จำแนกตามการเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลปฐมภูมิ เป็นเป็นข้อมูลที่เก็บรวบรวมข้อมูลจากแหล่งของข้อมูลโดยตรง

ข้อมูลทุติยภูมิ เป็นข้อมูลจากแหล่งที่ไม่ใช่แหล่งกำเนิดของข้อมูลนั้นโดยตรง แต่เป็นข้อมูลที่ได้จากแหล่งที่ผู้อื่นเก็บรวบรวมไว้แล้ว

edupixel unit of success

3. การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพ

(1) ตารางความถี่

การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพในรูป **ตารางความถี่(frequency table)** ที่จะกล่าวถึงในที่นี้ได้แก่ เช่น

เลือดหมู่	A	B	AB	O	**รวม**
ความถี่	5	8	4	13	**30**

ความถี่สัมพัทธ์ (relative frequency) คือ สัดส่วนของความถี่ของแต่ละข้อมูล เทียบกับผลรวมของความถี่ทั้งหมด ความถี่สัมพัทธ์อาจเขียนในรูปสัดส่วน ได้เป็น

$$\text{ความถี่สัมพัทธ์(สัดส่วน)} = \frac{\text{ความถี่}}{\text{ความถี่รวม}}$$

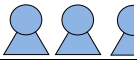
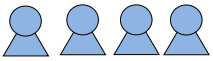
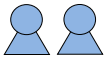
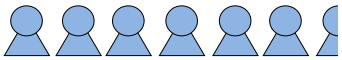
หรืออาจเขียนความถี่สัมพัทธ์ในรูปร้อยละ ได้เป็น

$$\text{ความถี่สัมพัทธ์(ร้อยละ)} = \frac{\text{ความถี่}}{\text{ความถี่รวม}} \times 100$$

(2) นำเสนอข้อมูลด้วยแผนภาพ

แผนภูมิรูปภาพ

เช่น ข้อมูลหมู่เลือดของชาวบ้านจำนวน 30 คน ดังแผนภาพ

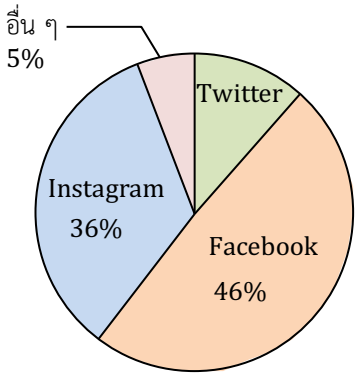
เลือดหมู่	ความถี่
A	
B	
AB	
O	

แทนจำนวนชาวบ้าน 2 คน

จงหาจำนวนชาวบ้านที่มีหมู่เลือด A , B , AB และ O

แผนภูมิรูปวงกลม

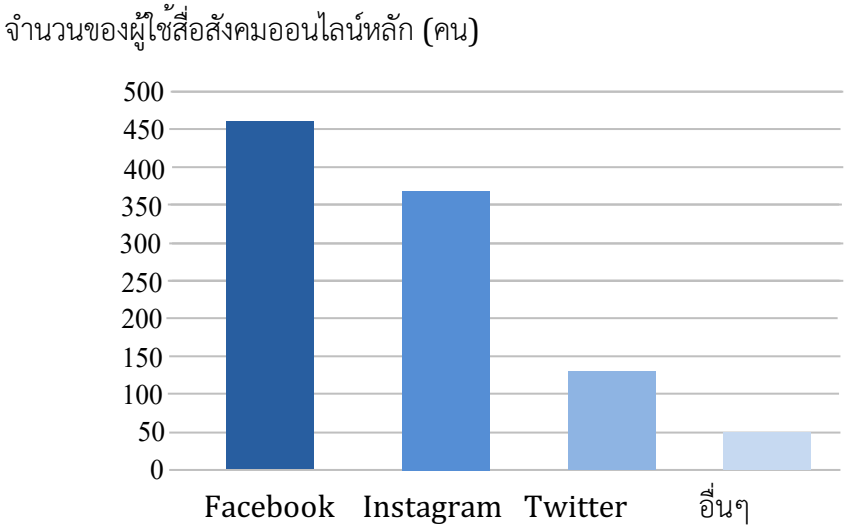
เช่น จากการสำรวจการใช้สื่อสังคมออนไลน์หลักของนักเรียน นิสิต/นักศึกษา ที่มีอายุ 15-25 ปี โดยผู้ตอบแบบสำรวจแต่ละคนสามารถเลือกสื่อสังคมออนไลน์หลักที่ตนเองใช้ได้เพียงสื่อเดียวเท่านั้น ได้ผลสำรวจดังนี้



ถ้ามีผู้ตอบแบบสำรวจทั้งหมด 1,000 คน จงหาว่ามีผู้ตอบแบบสำรวจเลือกใช้ Facebook, Instagram, Twitter และอื่นๆ เป็นสื่อสังคมออนไลน์หลักอย่างละกี่คน

แผนภูมิแท่งเชิงเดี่ยว

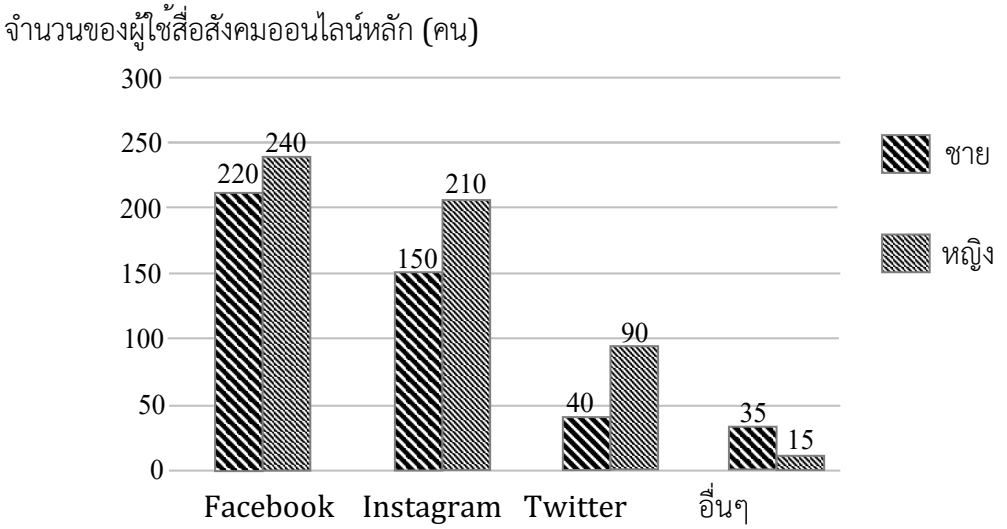
เช่น ถ้ามีผู้ตอบแบบสำรวจทั้งหมด 1,000 คนจะสามารถแสดงจำนวนของผู้ใช้สื่อสังคมออนไลน์หลักแต่ละอย่าง(ความถี่) ได้ดังนี้



edupixel
unit of success

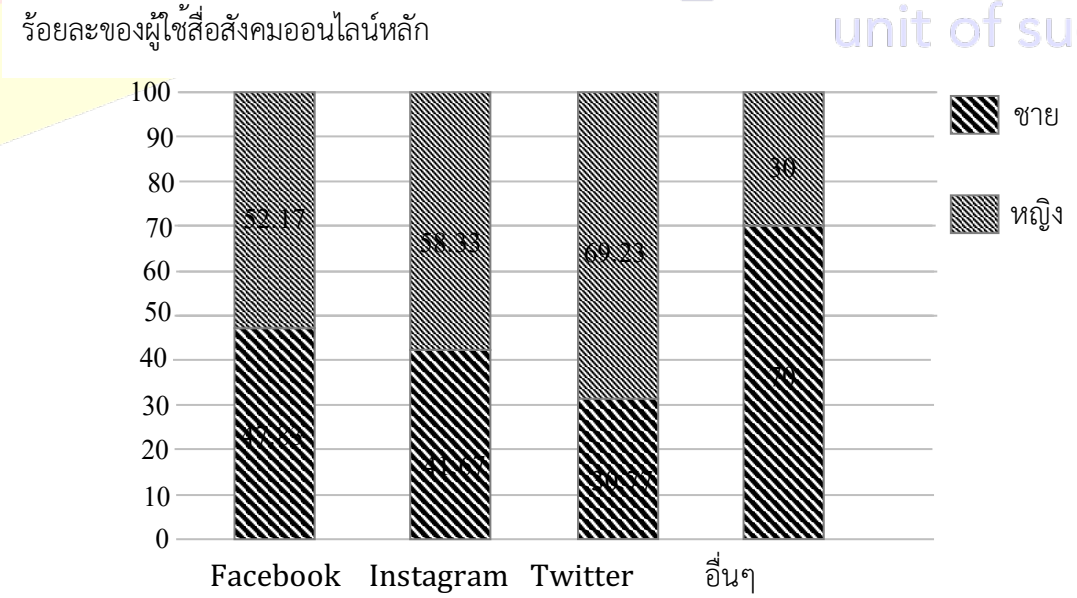
แผนภูมิแท่งพหุคูณ

เช่น กำหนดความถี่ของมีผู้ตอบแบบสำรวจแต่ละเพศ ที่เลือกใช้สื่อสังคมออนไลน์หลักแต่ละอย่าง ดังนี้



แผนภูมิแท่งส่วนประกอบ

เช่น ร้อยละของผู้ตอบแบบสำรวจแต่ละเพศที่เลือกใช้สื่อสังคมออนไลน์หลักแต่ละอย่าง และนำเสนอแผนภูมิแท่งส่วนประกอบ ได้ดังนี้



edupixel
unit of success

4. การนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ

(1) ตารางแจกแจงความถี่ข้อมูล

เมื่อกำหนดจำนวนชั้นที่ต้องการ จะคำนวณความกว้างของอันตรภาคชั้น ได้ดังนี้

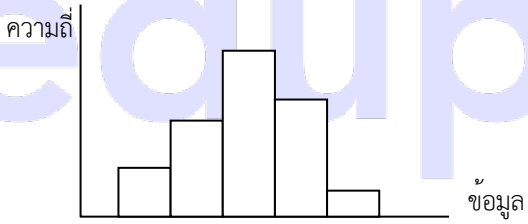
$$\frac{\text{ค่าสุดท้าย} - \text{ค่าเริ่มต้น}}{\text{จำนวนอัตรภาคชั้น}}$$ (ปัดเศษขึ้นเป็นจำนวนเต็มเสมอ)

ความถี่สัมพัทธ์ $= \frac{\text{ความถี่}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$ (อาจจะเขียนรูปสัดส่วน หรือร้อยละ)

(2) นำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณด้วยแผนภาพ

ฮิสโทแกรม (histogram)

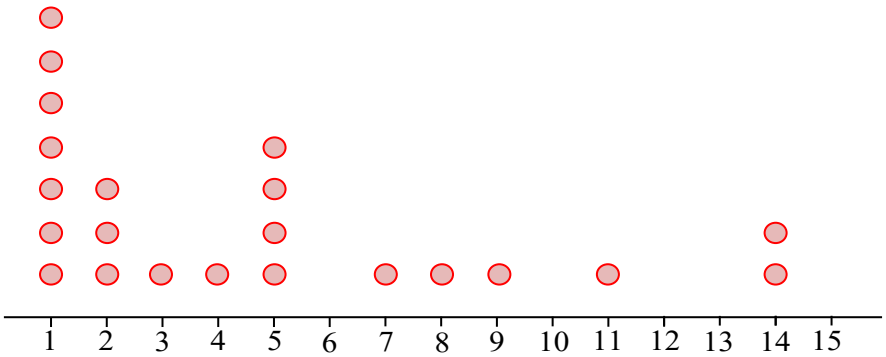
เป็นการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณที่สร้างจากตารางความถี่ โดยใช้แท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เรียงติดกันบนแกนนอน เมื่อแกนนอนแทนค่าของข้อมูล ความสูงของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากจะแสดงความถี่ของข้อมูล ซึ่งการแสดงความถี่ของข้อมูลอาจนำเสนอความถี่ของข้อมูลเพียงค่าเดียวหรือข้อมูลในแต่ละอันตรภาคชั้นโดยความกว้างของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแท่งจะสอดคล้องกับความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นของตารางความถี่



ฮิสโทแกรม

แผนภาพจุด (dot plot)

เช่น จากการแข่งขันกีฬาโอลิมปิกฤดูหนาว 2018 ซึ่งจัดขึ้นที่สาธารณรัฐเกาหลี ใน พ.ศ. 2561 สามารถแสดงข้อมูลจำนวนเหรียญทองของประเทศที่ได้เหรียญทองจำนวน 22 ประเทศ โดยเขียนแผนภาพจุดได้ดังนี้



จำนวนเหรียญทอง

แผนภาพลำต้นและใบ (stem and leaf plot)

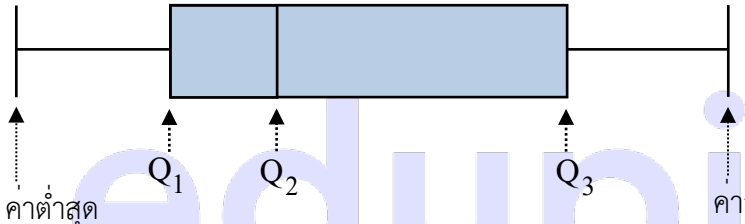
ตัวอย่างเช่น

1	7	8	8		
3	2	6	6	8	
4	2	4	5	7	9
5	1	1	1	2	

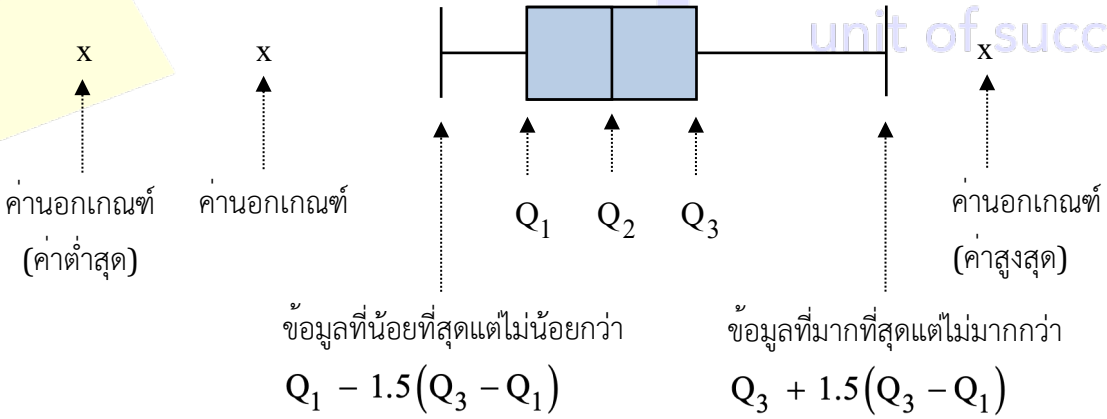
แผนภาพกล่อง (box plot)

ค่านอกเกณฑ์ คือ ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$ หรือมากกว่า $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$

- กรณีที่ไม่มีค่านอกเกณฑ์



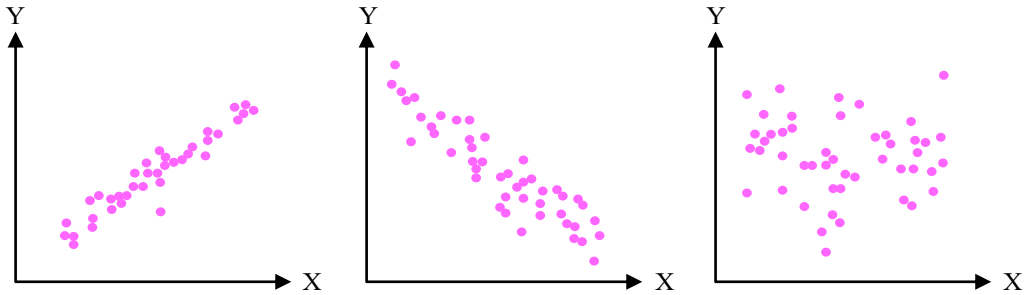
- กรณีที่มีค่านอกเกณฑ์ค่านอกเกณฑ์ค่านอกเกณฑ์



edupixel
unit of success

แผนภาพการกระจาย (scatter plot)

คือแผนภาพที่เกิดจากการลงจุดที่แสดงค่าของตัวแปรคู่หนึ่งรูปแบบการกระจายของจุดต่าง ๆ ที่ปรากฏในแผนภาพจะแสดงถึงรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรนั้น



รูปที่ 3 รูปที่ 2 รูปที่ 1

5. การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

5.1 การวัดค่ากลางของข้อมูล(measures of central value)

❖ **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต(arithmetic mean)**

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$ เมื่อ N แทนจำนวนจากประชากร

ถ้าเป็นกลุ่มตัวอย่างก็ใช้สูตรเดียวกัน ใช้สัญลักษณ์ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วย $\bar{x}$

❖ **ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก** $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$ เมื่อ w_i แทนน้ำหนักของค่าจากการสังเกต x_i

❖ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม $\bar{x}_{รวม} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}2}{n_1 + n_2}$

❖ **มัธยฐาน(median)**

มัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ตำแหน่งมัธยฐาน $= \frac{n+1}{2}$ เมื่อ เรียงข้อมูลจากน้อยมาก

ถ้าตำแหน่งเป็นจำนวนเต็ม จะได้ $Med = x_{(\frac{N+1}{2})}$

ถ้าตำแหน่งไม่เป็นจำนวนเต็ม จะได้ $Med = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}$

edupixel unit of success

❖ **ฐานนิยม(mode)**

ฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

Mod = ค่าของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด(บางข้อมูลอาจจะไม่มีฐานนิยมหรือมีสองค่าได้)

❖ **สมบัติของค่ากลางที่ควรทราบ**

(1) สมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\sum_{i=1}^{n} x_i = n\bar{x}$

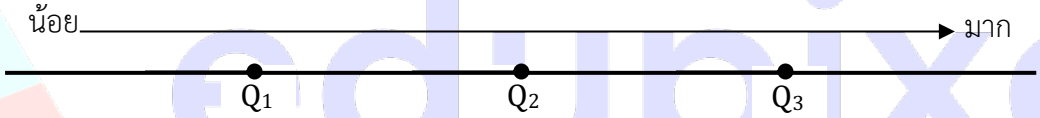
(2) ให้ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ เป็นค่าจากการสังเกตชุดที่ 1

และ $y_1, y_2, \ldots, y_n$ เป็นค่าจากการสังเกตชุดที่ 2

โดย $y_i = ax_i + b$ เมื่อ a และ b เป็นค่าคงตัว จะได้ $\bar{y} = a\bar{x} + b$

5.2 การวัดตำแหน่งที่หรือตำแหน่งสัมพัทธ์ของข้อมูล

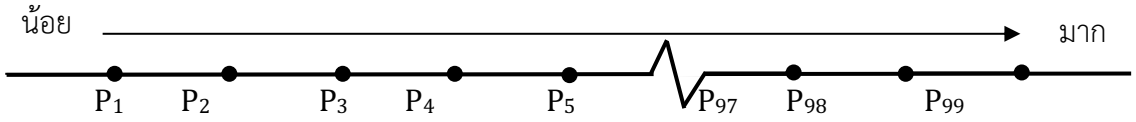
❖ **ควอไทล์** คือ ค่าที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆกันเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก



ควอร์ไทล์ที่ k (Q_k) เป็นค่าที่มีจำนวนในข้อมูลซึ่งน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณ $\frac{k}{4}$ ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

edupixel
unit of success

❖ **เปอร์เซ็นไทล์** คือ ค่าที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆกันเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก



เปอร์เซ็นไทล์ที่ k(P_k)เป็นค่าที่มีจำนวนค่าในข้อมูลซึ่งน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณ $\frac{k}{100}$ ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ขั้นตอนการหาค่าควอไทล์ เดไซน์ และเปอร์เซ็นไทล์

(1) นำข้อมูลมากเรียงจากน้อยไปมาก

(2) หาตำแหน่งค่าของค่าที่ต้องการหา

ค่า	Q_k	P_k
ตำแหน่ง	$\frac{k(N+1)}{4}$	$\frac{k(N+1)}{100}$

(3) หาค่าที่อยู่ในตำแหน่งนั้น

ถ้าตำแหน่งเป็นจำนวนเต็มจะได้ว่าข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งนั้นเป็นค่าที่ต้องการ

ถ้าตำแหน่งไม่เป็นจำนวนเต็มใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ ระหว่างตำแหน่งกับค่าของข้อมูลเพื่อหาค่าตามที่ต้องการ

5.3 การวัดการกระจายของข้อมูล(measures of dispersion)

การวัดการกระจายของข้อมูล เป็นการศึกษาความแตกต่างกันของข้อมูลในชุดๆหนึ่ง ถ้าข้อมูลแตกต่างกันน้อยเรากล่าวว่าข้อมูลนั้นมีการกระจายน้อย ในขณะที่ข้อมูลแตกต่างกันมากเรากล่าวว่าข้อมูลนั้นมีการกระจายมาก ในที่นี้จะกล่าวถึงเพียงสองวิธีคือ

(1) พิสัย = ข้อมูลที่มากที่สุด – ข้อมูลที่น้อยที่สุด $= x_{max} - x_{min}$

(2) พิสัยระหว่างควอไทล์ $= Q_3 - Q_1$

(3) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(standard deviation)

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i)^2}{N} - \mu^2}$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$

(4) ความแปรปรวน(variance) คือกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

นั่นคือ $v = s^2$ หรือ $v = \sigma^2$

(5) สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน $= \frac{\sigma}{\mu} = \frac{s}{\bar{x}}$

edupixel Unit of success

9. ความรู้พื้นฐาน

1. สมการพหุนามดีกรีสอง

$ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. ช่วงและการแก้อสมการ

ช่วง หมายถึง สับเซตของจำนวนจริง

$[a, b] = \{x \mid a \le x \le b\}$
$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$
$[a, b) = \{x \mid a \le x < b\}$
$(a, b] = \{x \mid a < x \le b\}$
$(a, \infty) = \{x \mid x > a\}$
$[a, \infty) = \{x \mid x \ge a\}$
$(-\infty, a) = \{x \mid x < a\}$
$(-\infty, a] = \{x \mid x \le a\}$

สมบัติของอสมการที่ควรรู้

1. $a \le b$ หมายถึง $a < b$ หรือ $a = b$
2. ถ้า $a < b$ และ $b < c$ แล้ว $a < c$
3. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
4. ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac < bc$
   ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac > bc$
5. $a < x < b$ หมายถึง $a < x$ และ $x < b$

3. การแก้อสมการ

1. อสมการดีกรี 1 แก้เหมือนสมการดีกรี 1 แต่ต้องระวังการคูณทั้งสองข้างด้วยจำนวนลบ เครื่องหมายเปลี่ยนเป็นตรงข้าม

2. อสมการดีกรีมากกว่าหนึ่ง

⇨ จัดอสมการให้ด้านใดด้านหนึ่งเป็น 0

⇨ แยกตัวประกอบ จับทุกตัวประกอบเท่ากับ 0 เพื่อหาค่าวิกฤต

⇨ แล้วจุดลงบนเส้นจำนวน และ ทดสอบค่า + หรือ – ของแต่ละช่วง

⇨ อสมการ $>$ และ $\ge$ เอาช่วงบวก ส่วนอสมการ $<, \le$ เอาช่วงลบ

4. ค่าสัมบูรณ์และสมบัติของค่าสัมบูรณ์

ค่าสัมบูรณ์ของ a แทนด้วย $|a|$ โดยที่ $|a| = \begin{cases} -a & ; a < 0 \\ a & ; a \ge 0 \end{cases}$

“ถ้าข้างในแอบเป็นลบถอดแล้วติดลบ แต่ ถ้าข้างในแอบเป็นบวกถอดได้เลย”

edupixel
unit of success

สมบัติของค่าสัมบูรณ์

1. $|x| = |-x|$
2. $|x|^2 = x$
3. $|x| \geq 0$
4. $|x| \geq x$
5. $|xy| = |x||y|$
6. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ โดยที่ $|y| \neq 0$
7. $|x + y| \leq |x| + |y|$
8. $|x - y| \geq ||x| - |y||$

5. หลักการแก้สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ :

หลักการ คือ กำจัดค่าสัมบูรณ์ออกจากสมการหรือสมการ

1. ให้ a เป็นจำนวนจริงบวก จะได้

สมการ $|□| = a$ หาคำตอบได้จากสมการ $□ = a$ หรือ $□ = -a$

อสมการ $|□| < a$ หาคำตอบได้จากอสมการ $-a < □$ และ $□ < a$

อสมการ $|□| > a$ หาคำตอบได้จากอสมการ $-a > □$ หรือ $□ > a$

2. $|D| = |W| \quad — \quad D^2 = W^2$

$|D| < |W| \quad — \quad D^2 < W^2$

3. ถ้าสมการหรืออสมการมีค่าสัมบูรณ์เป็นส่วนๆ การขจัดค่าสัมบูรณ์ต้องแยกเป็นกรณี ดังนี้

(1) ถ้า $□ \geq 0$ จะได้ $|□| = □$

(2) ถ้า $□ < 0$ จะได้ $|□| = -□$

หลังจากนั้นหาเซตคำตอบของแต่ละสมการหารหรืออสมการของแต่ละกรณีแล้วนำมายูเนียนกัน

edupixel
unit of success

10. หลักการเพิ่มเติม

หลักการเพิ่มเติม

แนวโจทย์ เซต	เทคนิคการคิด
ข้อสอบแผนภาพเวนน์ออยเลอร์มีชาย-หญิง	วาดแผนภาพเวนน์แบบแบ่งครึ่งบนล่าง
เปรียบเทียบ $A \in B$ (ซ้าย ขวา)	ตัดวงเล็บ { } ฝั่งขวาออกแล้วเทียบ
เปรียบเทียบ $A \subset B$ (ซ้าย ขวา)	ตัดวงเล็บ { } ทั้งสองฝั่งแล้วเทียบ
เปรียบเทียบ $A \subset P(B)$ (สับเซตของ powerset(B))	ตัดวงเล็บ { } ฝั่งขวาแล้วเปลี่ยน $\subset$ เป็น $\in$ แล้วคิดต่อแบบเทียบสมาชิกเหมือนเดิม
แนวให้ข้อมูล $n(A), n(B), n(A \cap B), n(A \cup B)$	ใช้สูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
แนวให้ข้อมูล $n(A), n(B), n(C), n(A \cap B), n(A \cap C), n(B \cap C), n(A \cap B \cap C)$	ใช้สูตร $n(A) + n(B) + n(C) + n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
แนวให้ข้อมูลเป็นคำพูดภาษาไทย เช่น มีนักเรียนกี่คน ชอบอะไรกี่คน ...	วาดแผนภาพเวนน์ ออยเลอร์คิดเลย

แนวโจทย์ คำตอบ/ฟังก์ชัน	เทคนิคการคิด
สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบเดียว	$b^2 - 4c = 0$
สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ ไม่มีคำตอบเป็นจำนวนจริง	$b^2 - 4c < 0$
สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ มี 2 คำตอบ	$b^2 - 4c > 0$
แนวสมการสองฝั่ง เช่น $5x^2 + 3x + 2 = Ax^2 + Bx + 2$	เทียบสัมประสิทธิ์สองใงของสมการต้องเท่ากัน เช่น A=5, B=3 เป็นต้น
แนวหาหลักหน่วยของ 3^{xxxx} หรือตัวเลขอื่นยกกำลัง บลา ๆๆ	ให้หา pattern ของเลขหลักหน่วยที่ซ้ำ แล้วเอาเลขชี้กำลังไปหารเอาเศษด้วยจำนวนใน pattern นั้น ๆ
พิจารณาว่าเป็นฟังก์ชัน	• ตัวหน้าห้ามซ้ำ (หากเป็นคู่อันดับ) • ลากเส้นแนวตั้งต้องตัดจุดเดียว (หากเป็นกราฟ)
พิจารณาว่าเป็นฟังก์ชัน 1-1	• ตัวหน้าห้ามซ้ำ (หากเป็นคู่อันดับ) • ลากเส้นแนวนอนต้องตัดจุดเดียว (หากเป็นกราฟ)
หากปรากฏ $\|y\|$ ในสมการจะไม่เป็น $f(x)$	เนื่องจากหากวาดกราฟจะทำให้ลากเส้นแนวตั้ง
พาราโบลา (หงายคว่ำ)	เป็นฟังก์ชัน แต่ไม่เป็น 1-1
พาราโบลา (ตะแคงซ้าย ขวา)	ไม่เป็นฟังก์ชัน
สมการสัมผัสแกน X	ให้แทน y=0 (ค่า y เป็น 0)
สมการสัมผัสแกน Y	ให้แทน x=0 (ค่า x เป็น 0)

รวมการจัดทำเอกสาร Special thanks

- GTRmath (ได้รับสิทธิ์ในการนำเอกสารเข้าร่วมโครงการอย่างถูกต้อง)
- Edupixel เพิ่มเติม