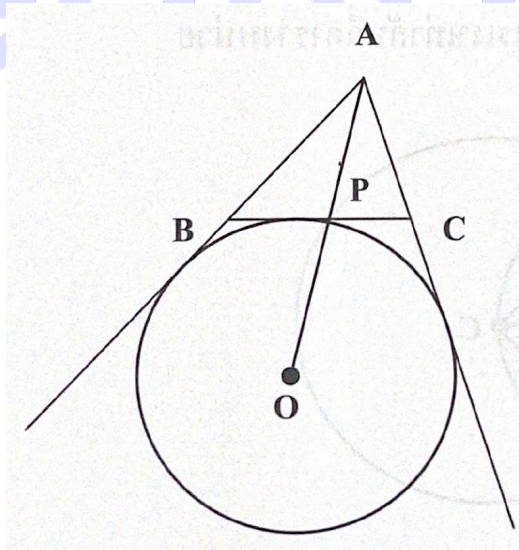


## ข้อสอบสอวน.คณิตศาสตร์ ปี 2551 (ปกติ)

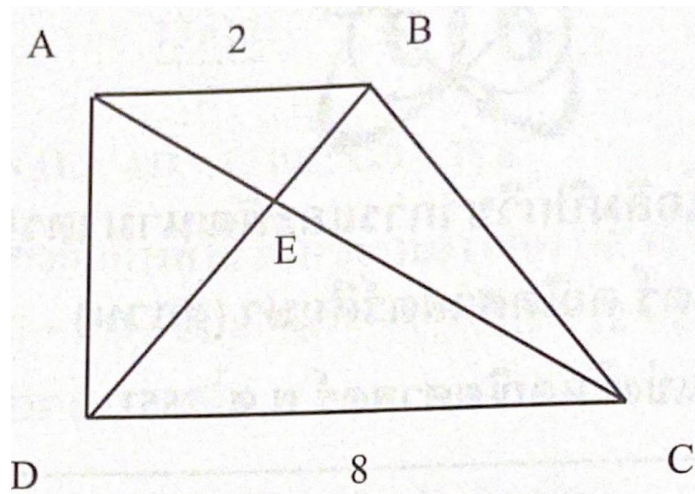
คลังข้อสอบโดย [www.edupixel.com](http://www.edupixel.com)

ตอนที่ 1 ชุดเรขาคณิต จำนวน 10 ข้อ (ข้อ 1 - ข้อ 10 )

1. สามเหลี่ยม  $ABC$  มีมุม  $BAC = 2$  เท่าของมุม  $ABC$  วงกลม  $O$  แบนนอกสามเหลี่ยม  $ABC$  โดยสัมผัสด้าน  $BC$  และ  $AB, AC$  ที่ต่อออกไป ต่อ  $AO$  ตัดด้าน  $BC$  ที่จุด  $P$  กำหนดให้  $AP = 3$  เซนติเมตร และ  $AB = 5$  เซนติเมตร ความยาว  $AO$  เท่ากับกี่มิลลิเมตร

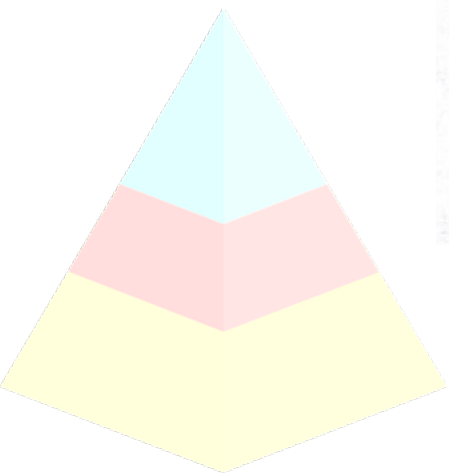
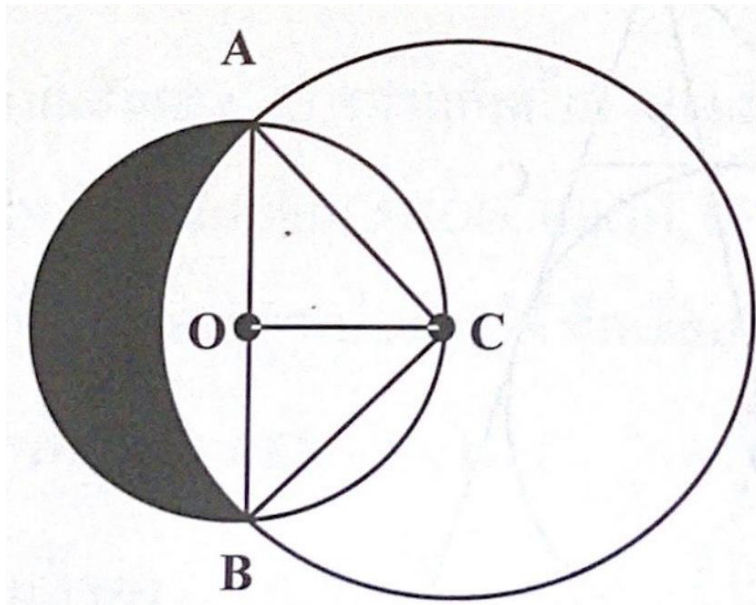


2. ให้  $ABCD$  เป็นสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน  $AB$  ขนานกับด้าน  $DC$  มีมุม  $ADC$  เป็นมุมฉาก และเส้นทแยงมุม  $AC, BD$  ตัดตั้งฉากกัน ถ้า  $AB = 2$  เซนติเมตร  $DC = 8$  เซนติเมตร แล้วความยาว  $BD$  เท่ากับกี่เซนติเมตร



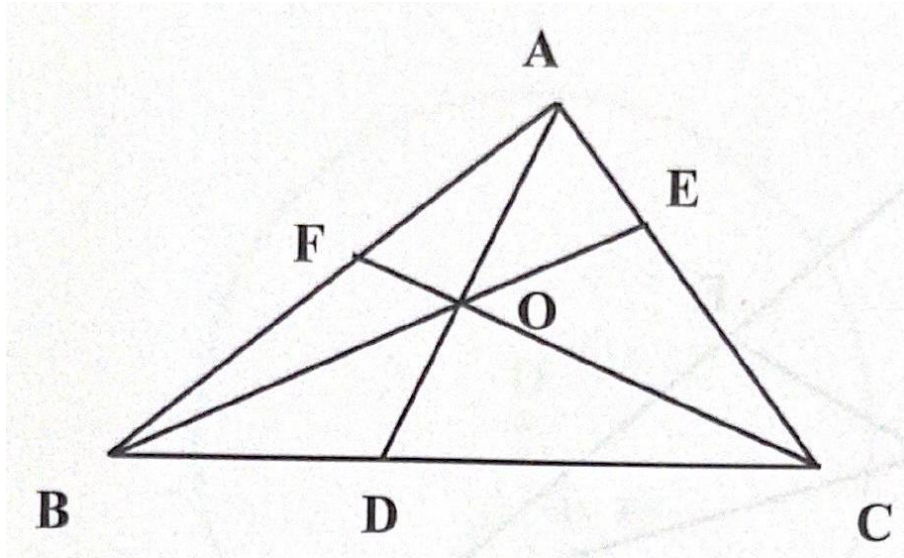
edupixel  
unit of success

3. ให้  $ABC$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉาก โดยมีมุม  $ACB$  เป็นมุมฉาก และด้าน  $AC$  เท่ากับด้าน  $CB$  ลาก  $CO$  ตั้งฉากกับ  $AB$  ที่จุด  $O$  สร้างวงกลมโดยใช้  $C$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $CA$  และสร้างวงกลมโดยใช้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $OC$  เกิดพื้นที่แรเงาดังรูป ถ้า  $AB = 2\sqrt{2}$  หน่วย แล้วพื้นที่แรเงาเท่ากับกี่ตารางหน่วย



Pixel  
unit of success

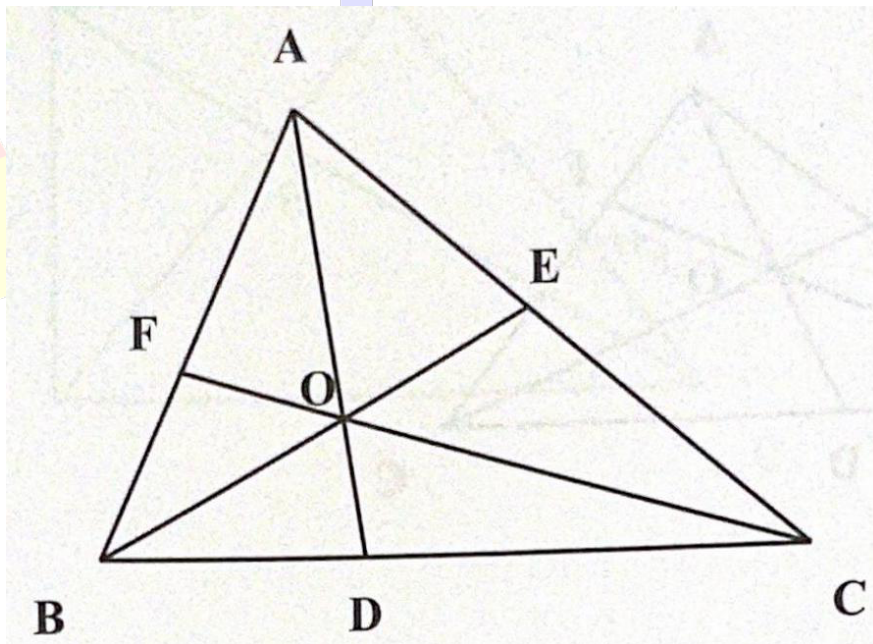
4. รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีจุด  $E$  แบ่งด้าน  $AC$  เป็นอัตราส่วน  $AE:AC = 1:5$  และจุด  $F$  แบ่งด้าน  $AB$  ออกเป็นอัตราส่วน  $AF:AB = 2:5$  ต่อ  $BE$  และ  $CF$  ตัดกันที่จุด  $O$  ต่อ  $AO$  พบ  $BC$  ที่จุด  $D$  ถ้า  $AO$  ยาว 11 หน่วย แล้ว  $AD$  ยาวกี่หน่วย



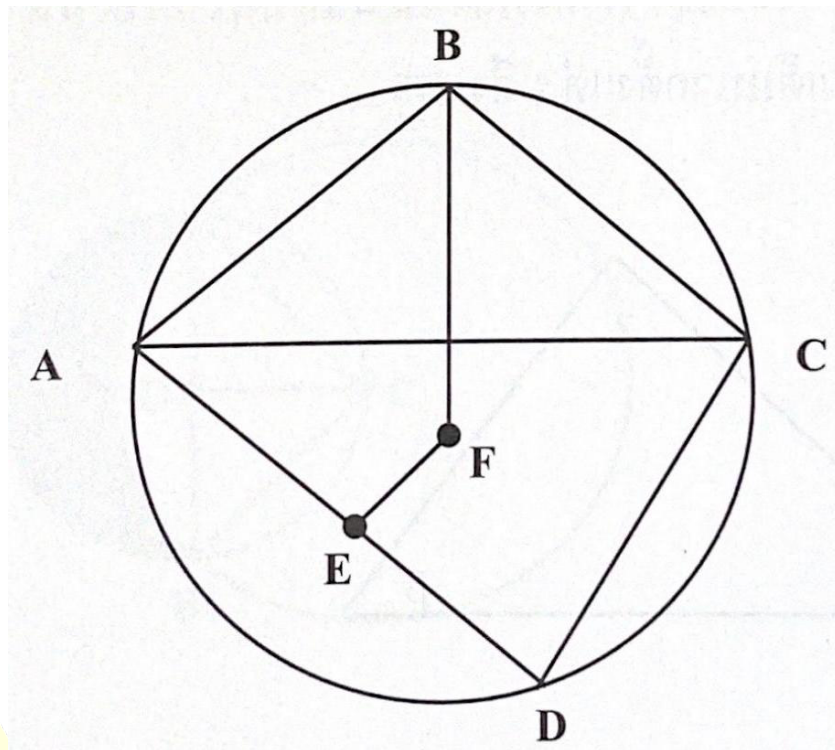
edupixel  
unit of success

5. จากรูปสามเหลี่ยมมีขนาดมุมทั้งสามเป็น  $\alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ$  จงหาจำนวนวิธีในการเลือก  $\alpha, \beta, \gamma$  โดยที่  $\alpha \leq \beta \leq \gamma$  และ  $\alpha, \beta, \gamma$  เป็นจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 178

6. รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีจุด  $O$  อยู่ภายใน ต่อ  $AO$  พบ  $BC$  ที่จุด  $D$  ต่อ  $BO$  พบ  $AC$  ที่จุด  $E$  และต่อ  $CO$  พบ  $AB$  ที่จุด  $F$  ตามลำดับ ทำให้  $BO:OE = 2:3, AO:OD = 3:1$  ถ้า  $CO$  ยาว 17 หน่วย แล้ว  $CF$  ยาวกี่หน่วย



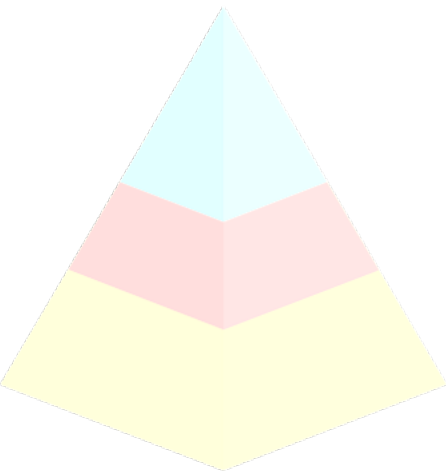
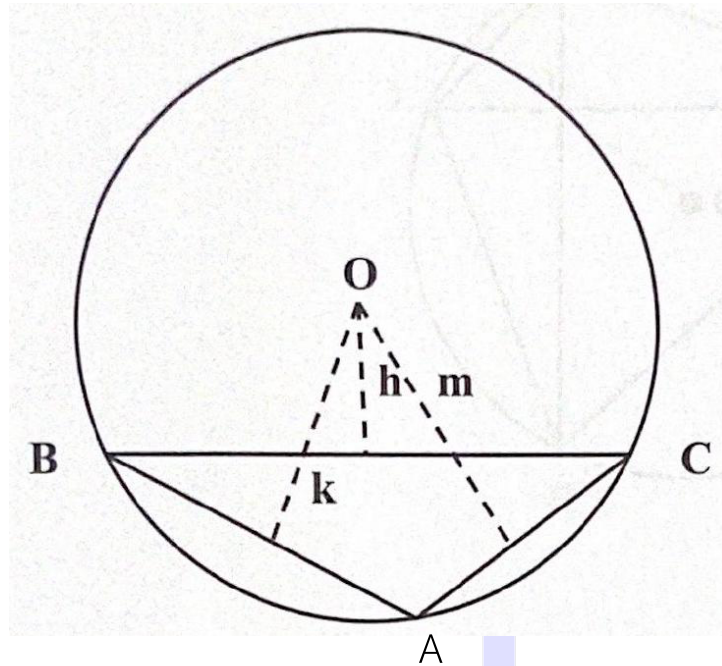
7. รูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  แนบในวงกลม มีด้าน  $AB$  เท่ากับ ด้าน  $BC$  เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับด้าน  $AD$  ที่จุด  $E$  พบ เส้นแบ่งครึ่งมุม  $B$  ที่จุด  $F$  ถ้า  $\angle DAC$  เท่ากับ  $36^\circ$  องศา และมุม  $\angle ADC$  เท่ากับ  $74^\circ$  องศา แล้ว  $\angle BFE$  กว้างกี่องศา



kel  
unit of success

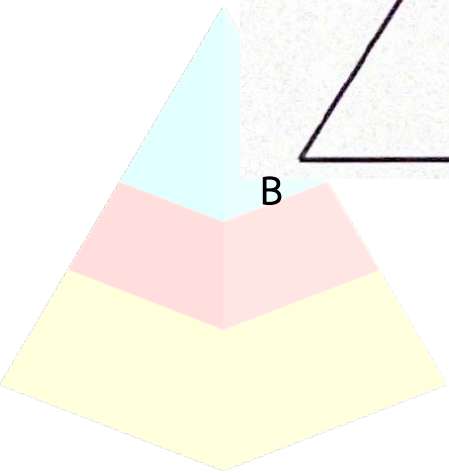
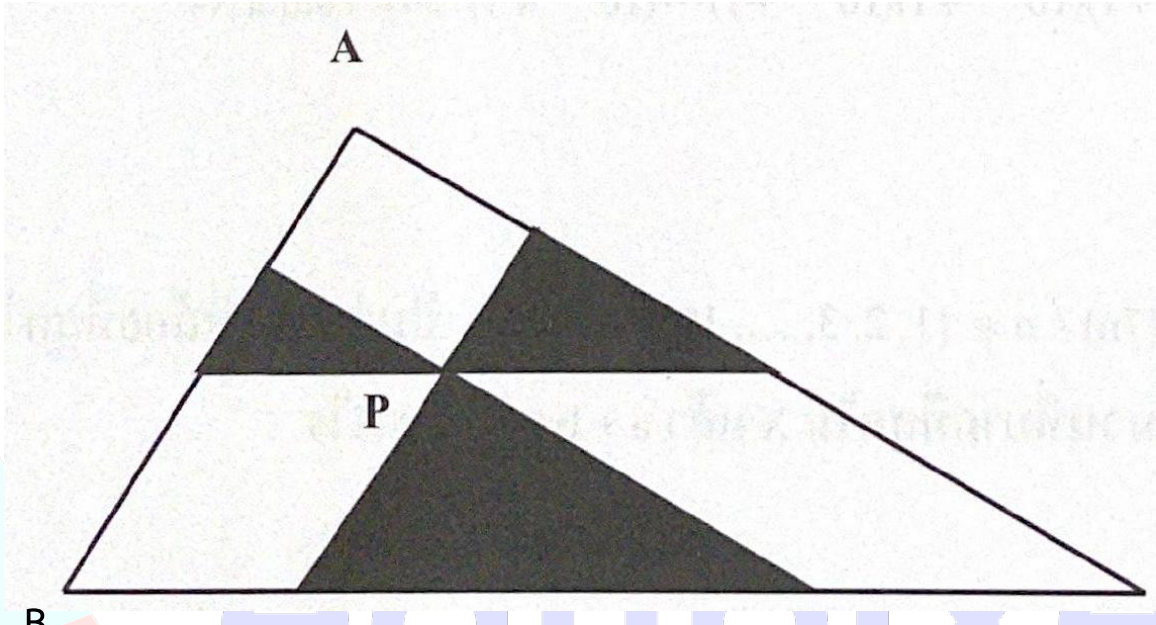


8. รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีด้าน  $BC$  เท่ากับ 24 หน่วย และมีวงกลมล้อมรอบ สามเหลี่ยม  $ABC$  มีเส้นรอบวงยาวเท่ากับ  $30\pi$  หน่วย ถ้า  $h, k, m$  แทนระยะตั้งฉากที่ลากจากจุดศูนย์กลางวงกลม  $O$  มายังด้าน  $BC, AB$  และ  $AC$  ตามลำดับ ถ้า  $k$  ยาวกว่า  $h$  3 หน่วย และ  $m$  สั้นกว่า  $AB$  4 หน่วย แล้วด้าน  $AC$  เท่ากับกี่หน่วย



Pixel  
unit of success

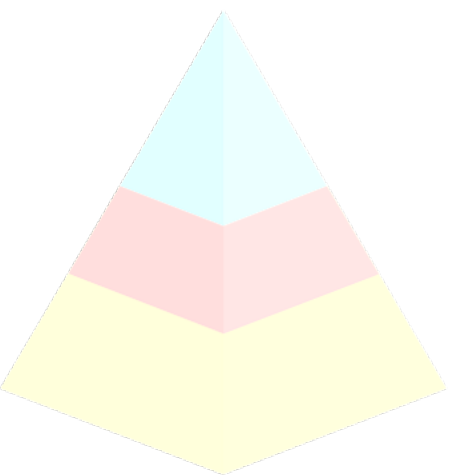
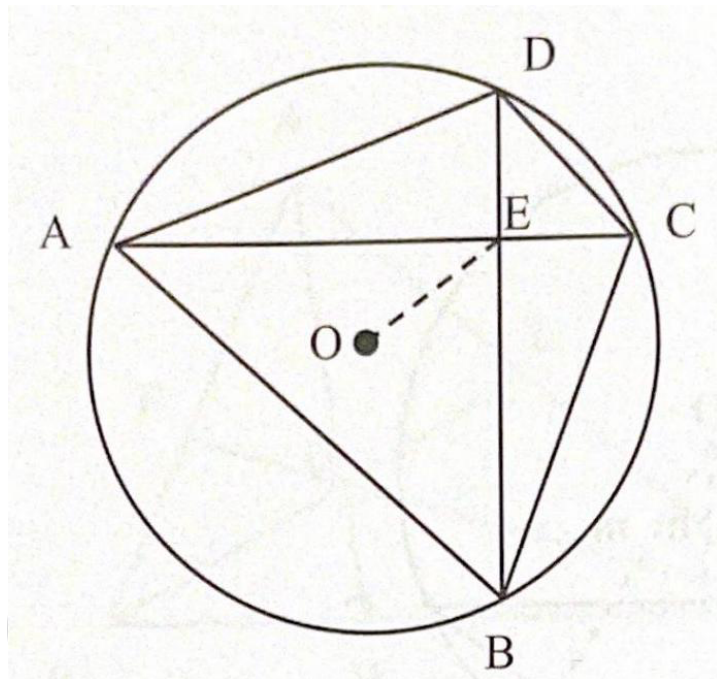
9. จุด  $P$  เป็นจุดภายในสามเหลี่ยม  $ABC$  เส้นตรงลากผ่านจุด  $P$  ขนานกับด้านทั้งสามของสามเหลี่ยม พื้นที่สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดที่จุด  $P$  เท่ากับ 9,25 และ 49 ตารางหน่วย ตามลำดับแล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  เท่ากับกี่ตารางหน่วย



educationpixel  
unit of success



10.  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมที่มีจุด  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง เส้นทแยงมุม  $AC$  และ  $BD$  ตัดกันที่จุด  $E$  ถ้า  $AC = 14, BD = 16$  และ  $OE = 7$  ตามลำดับ ค่าของ  $AE^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2$  เท่ากับเท่าไร



Pixel  
unit of success

ตอนที่ 2 ชุดเลขคณิต จำนวน 10 ข้อ (ข้อ 11 - ข้อ 20)

บทนิยาม สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  กำหนด  $\text{sum}(n)$  แทน ผลบวกของเลขโดดทุกจำนวน

ที่เขียนแทน  $n$  ในระบบฐาน 10 เช่น  $\text{sum}(1135) = 1 + 1 + 3 + 5 = 10$  เป็นต้น

จงใช้บทนิยามนี้ตอบคำถามข้อ 11 – 12

11. ให้  $N = (10^2 + 1)(10^{2^2} + 1)(10^{2^3} + 1) \cdots (10^{2^7} + 1)$  จงหา  $\text{sum}(N)$

12. ให้  $X = \{\text{sum}(7n)/n \in \{1, 2, 3, \dots, 10000\}\}$  ถ้า  $a$  เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดใน  $X$  และ  $b$  เป็นจำนวนที่มากที่สุดใน  $X$  แล้ว  $a + b$  เท่ากับเท่าไร

13. ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก กำหนด  $M(n)$  แทน จำนวนที่เกิดจากการนำหลักหน่วยของ  $n$

มาเป็นหลักแรก เช่น  $M(123) = 312$  และ  $M(6471) = 1647$

จงหาจำนวนเต็มบวก  $n$  ที่ น้อยที่สุดที่สอดคล้องกับสมบัติต่อไปนี้

ก.  $M(n) = 4n$

ข. หลักหน่วยของ  $n$  คือ 4

14. จำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1000 ถึง 9999 มีทั้งสิ้นกี่จำนวนที่ผลต่างระหว่างหลักหน่วยกับหลักพันเท่ากับ 2

15. ให้  $N = 1 + 11 + 111 + 111 \dots 1$  (2008 หลัก)

จงหาเศษที่เกิดจากการหาร  $N$  ด้วย 100000

16. ลูกบาศก์ลูกหนึ่งสร้างจากลูกบาศก์เล็กๆ จำนวน 125 ลูก จงหาจำนวนลูกบาศก์ ลูกเล็กๆ ที่สัมผัสกับหน้าลูกบาศก์ลูกอื่น ๆ 4 ลูก

17. มีจำนวนเต็มบวก  $m, n$  รวมทั้งสิ้นกี่คู่ที่สอดคล้องกับสมบัติทั้งสองข้อต่อไปนี้

ก.  $m \leq n$

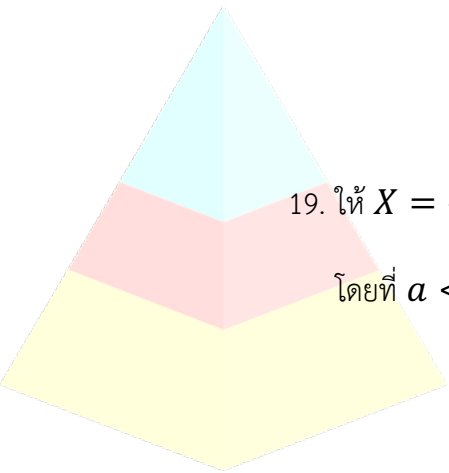
ข. ค.ร.น. ของ  $m, n$  เท่ากับ 250

18. ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก กำหนด  $D(n)$  แทนเซตของเลขโดดที่เขียนแทน  $n$  เช่น  $D(1231) = \{1,2,3\}$  และ  $D(742) = \{2,4,7\}$  จงหาจำนวนเต็มบวก  $N$  ที่สอดคล้องกับ

ก.  $10000 \leq N \leq 100000$

ข.  $D(N)$  มีสมาชิก 3 ตัว และ  $D(N) \subseteq \{1,2,3, \dots, 9\}$

19. ให้  $X = \{1,2,3, \dots, 1000\}$  จงหาจำนวนสับเซต  $\{a,b\}$  ของ  $X$  โดยที่  $a < b$  และ  $a \cdot b$  เป็นพหุคูณของ 5



edupixel  
unit of success

20. ให้  $f: I^+ \rightarrow I$  ที่กำหนดโดย  $f(n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} i$

จงหาจำนวนเต็มบวก  $a, b$  ที่  $a + b$  น้อยที่สุด และ  $f(a) + f(b) + f(a + b) = 2008$

ตอนที่ 3 ชุดพีชคณิต 10 ข้อ (ข้อ 21 - ข้อ 30)

21. ให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ  $4x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$   
จงหาค่าของ  $4(4y^2 + x^2 + 4y - 2x + 2)$

22. ให้  $X = \{(a, b) \in R \times R / a^3 + b^3 = 7 \text{ และ } a^2 + b^2 + a + b + ab = 4\}$

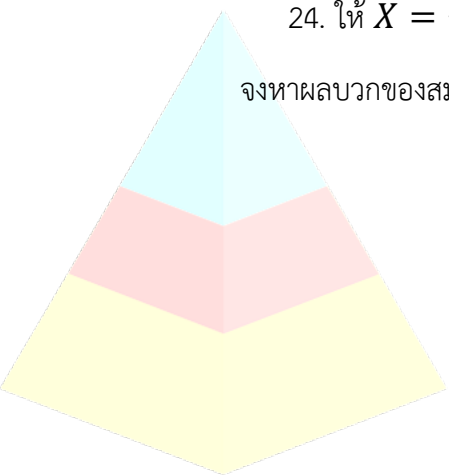
และ  $Y = \{a^2 + b^2 / (a, b) \in X\}$  ค่าน้อยที่สุดของสมาชิกใน  $Y$  เท่ากับเท่าไร

23. ให้  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  เป็นจำนวนตรรกยะที่สอดคล้องกับ

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt[3]{2}} = 2^{q_1} + 2^{q_2} + 2^{q_3} + \dots + 2^{q_n} \text{ จงหาค่าของ } 2(n + q_1 + q_2 + \dots + q_n)$$

24. ให้  $X = \{a \in I^+ / \{x \in R / \sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} = a\} \neq \emptyset\}$

จงหาผลบวกของสมาชิกใน  $X$



edupixel  
unit of success

25. มีจำนวนเต็มบวก  $n$  ทั้งหมดกี่จำนวนที่สอดคล้องกับอสมการ

$$100 < \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} < 1000$$



26. ให้  $x, y, z$  เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับ  $z^x = y^{2x}$ ,  $2^z = 2 \cdot 4^x$  และ  $x + y + z = 16$  ค่าของ  $x^2 + y^2 + z^2$  เท่ากับเท่าไร

27. ให้  $x, y, z$  เป็นคำตอบของระบบสมการ

$$(x + y)(x + y + z) = 18$$

$$(y + z)(x + y + z) = 30$$

$$(z + x)(x + y + z) = 2$$

$x + y + z$  เท่ากับเท่าไร

28. ให้  $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2007^2} + \frac{1}{2008^2}}$

ถ้า  $S = a + \frac{b}{c}$  โดยที่  $a, b, c \in \mathbb{I}^+, b < c$  และ ห.ร.ม. ของ  $b, c$  เท่ากับ 1 แล้ว  $b + c$  เท่ากับเท่าไร

29. ให้  $S = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \cdots + 999^{999} + 1000^{1000}$  ถ้า  $S = a \times 10^n$  โดยที่  $1 \leq a \leq 10$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว  $n$  มีค่าเท่ากับเท่าไร

30. ให้  $f(x)$  แทน พหุนามที่สอดคล้องกับ  $(f(x))^2 = xf(f(x)) + 2008^2$

จงหาค่าของ  $f(2009)f(-2009)$